CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

CLASA A X-A

(4 ore/săptămână)

1.) **a)** Se calculeze $A(a,b,c) = \log_{\sqrt{c}} \dfrac{c^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \log_{\frac{1}{c}} \dfrac{c}{a+b+2\sqrt{ab}}$, $a,b,c \in N^*, c>1$

b) Să se rezolve ecuaţia $\left\{\log_{\sqrt{3}}\left[9\left(\sqrt{2}-1\right)\right]+\log_{\frac{1}{3}}\left[3\left(3-2\sqrt{2}\right)\right]\right\}^{x^2-3x} = \dfrac{1}{9}$, $x \in R$.

2.) Se dau numerele complexe $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $|z_1 - z_2| = |z_2| = |z_1|\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

a) Să se calculeze $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|$ şi $\dfrac{z_1}{z_2}$.

b) Să se determine numărul $n \in \mathbb{N}$ pentru care $E_n \in \mathbb{Z}$, unde $E_n = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n + \overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n}$

3.) Pentru funcţia f definită pe mulţimea numerelor naturale are loc relaţia $f(1)+2f(2)+3f(3)+....+nf(n)=n^2 f(n)$, oricare ar fi $n \geq 1$. Dacă $f(1)=2015$, să se determine valorile numărului natural n pentru care $f(n)$ este tot număr natural.

4.) **a)** Fie A şi B imaginile soluţiilor ecuaţiei $z^2 - 13z + 72 + 30i = 0$ în planul complex. Să se calculeze aria triunghiului AOB unde O este originea sistemului cartezian.

b) Să se reprezinte grafic în sistemul cartezian de la punctul a) mulţimea soluţiilor inecuaţiei $|z| \leq 4$. Cât la sută din suprafaţa triunghiului AOB acoperă această mulţime a soluţiilor inecuației? Indicaţi valoarea procentului rotunjită la întreg.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore